Тема 6 Сдвиг

Если на брус действуют две равные силы F, весьма близко расположенные друг к другу, перпендикулярные к оси бруса и направленные в противоположные стороны, как это бывает при разрезании металлических прутков или листов ножницами (рис. 6.1, *а*), то при достаточной величине сил происходит срез.

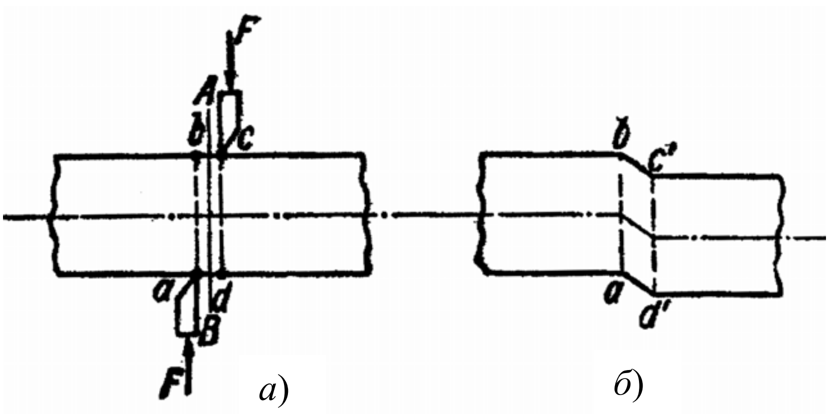

Рис. 6.1

Левая часть тела отделяется от правой по некоторому сечению AB. Характерным для среза является близость расположения сил F. Деформация, предшествующая срезу, заключается в перекашивании прямых углов элементарного параллелепипеда. *Эта деформация называется сдвигом*. На рис. 6.1, *б* показан сдвиг, происходящий в параллелепипеде до среза, прямоугольник $abcd$ превращается в параллелограмм $abc'd'$.

Чистый сдвиг почти не встречается как самостоятельное явление. Обычно он сопровождает какое-либо другое явление, например, растяжение или изгиб. Это свойство сдвига создает некоторые трудности при его изучении.

Рассмотрим более подробно деформацию элемента *abcd* (рис. 6.1, *а*, *б*). Изобразим в более крупном масштабе на рис. 6.2.

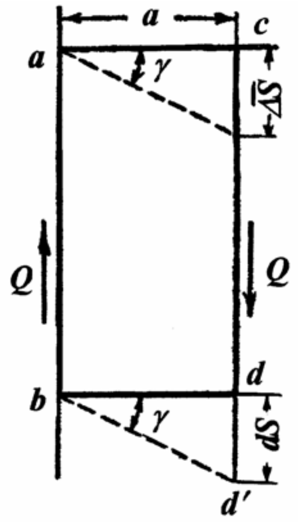

Рис. 6.2

Условно считаем грань *ab* неподвижной. Величина $cc' = dd' = \Delta S$, на которую сечение *cd* сдвинулось относительно соседнего сечения *ab*, очень близко от него расположенного, называется *абсолютным сдвигом*.

Абсолютный сдвиг зависит от расстояния *a* между смежными сечениями. Чем больше это расстояние, тем больше будет и величина абсолютного сдвига при прочих одинаковых условиях.

Угол γ, на который изменяются прямые углы параллелепипеда, называется *относительным сдвигом*. В упругом состоянии этот угол очень мал.

Относительный сдвиг может быть определен из отношения

$$\frac{cc'}{ac} = \frac{\Delta S}{a} = \mathrm{tg}\gamma \approx \gamma . \qquad (6.1)$$

Вследствие малости угла γ тангенс его можно принимать равным самому углу, выраженному в радианах.

Величину поперечной силы Q можно определить методом сечений. Проведем сечение между двумя срезывающими силами (рис. 6.3) и отбросим одну часть, а действие отброшенной части заменим внутренним усилием Q.

Из условия равновесия $\sum y = 0, \quad Q = F$. Поперечная сила является равнодействующей внутренних сил, т.е.

$$Q = \int_A \tau dA. \qquad (6.2)$$

Из рассмотренной схемы деформации следует, что в любой точке бруса прямой угол изменяется на одну и ту же величину, т.е. деформации сдвига во всех точках бруса одинаковы. Отсюда приходим к выводу, что касательные напряжения одинаковы, следовательно

$$\tau \int_A dA = Q; \qquad \tau \cdot A = Q.$$

Из последнего выражения получаем формулу для определения касательного напряжения при сдвиге

$$\tau = \frac{Q}{A}. \tag{6.3}$$

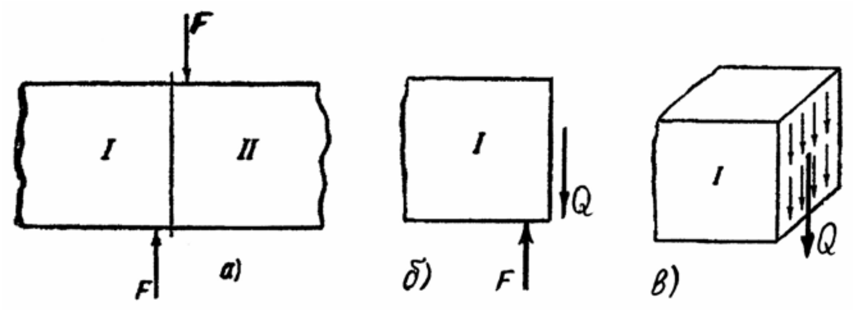

Рис. 6.3

В большинстве практически встречающихся случаев сдвиг осложняется каким-либо другим явлением, например, изгибом. При этом касательные напряжения уже не будут одинаковы во всех точках сечения и формула дает не истинное, а его среднее значение.

Закон Гука при сдвиге

На основании опыта и теоретических соображений можно принять, что в пределах упругости материала между величиной сдвигающей силы $F = Q$ и вызываемым сдвигом ΔS существует прямая пропорциональность.

Вместо всей силы удобнее брать величину внутренней силы, отнесенной к единице площади. Тогда получается, что между касательным напряжением τ и относительным сдвигом γ существует прямая пропорциональность.

$$\tau = G\gamma. \tag{6.4}$$

Эта зависимость выражает собой *закон Гука при сдвиге* и читается так: *касательное напряжение при сдвиге прямо пропорционально углу сдвига*. Величина G называется *модулем упругости* при сдвиге и характеризует собой способность материала сопротивляться деформации сдвига.

Так как γ – число отвлеченное, то G имеет такую же размерность, как и τ, т.е. Па или МПа.

Подставив в формулу (6.4) значения $\tau = \dfrac{Q}{A}$ и $\gamma = \dfrac{\Delta S}{a}$ получим, что абсолютный сдвиг

$$\Delta S = \frac{Q \cdot a}{G \cdot A}. \qquad (6.5)$$

Напряженное состояние при сдвиге – частный случай плоского напряженного состояния. По граням элементарного параллелепипеда будут действовать только касательные напряжения (рис. 6.4), а нормальные напряжения $\sigma_x = 0$, $\sigma_y = 0$.

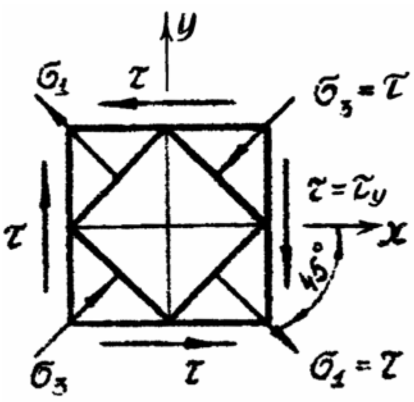

Рис.6.4

Определяем величину главных напряжений σ_{max} и σ_{min}.

$$\sigma_{\substack{max\\min}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau^2} = \pm\tau.$$

Отсюда $\sigma_1 = \sigma_{max} = \tau;$

$\sigma_3 = \sigma_{min} = -\tau;$

$\sigma_2 = 0.$

Полагаем

$$\sigma_x = +0, \quad \sigma_y = -0, \quad \tau_y > 0.$$

Положение главных площадок определяется по формуле

$$\mathrm{tg} 2\alpha_0 = -\frac{2\tau_y}{\sigma_x - \sigma_y} = -\infty; \qquad \alpha_0 = -45^\circ.$$

Поворот исходных площадок производим на угол $\alpha_0 = 45^\circ$ по часовой стрелке.

Чистый сдвиг можно получить при растяжении и сжатии бруса по двум взаимно перпендикулярным направлениям с напряжениями $\sigma_1 = \sigma$; $\sigma_3 = -\sigma$.

Определим величину потенциальной энергии при сдвиге, равную работе внешних сил при сдвиге,

$$U = \frac{1}{2} Q \cdot \Delta S = \frac{1}{2} Q \cdot \frac{Qa}{Ga} = \frac{Q^2 a}{2GA}. \qquad (6.6)$$

Удельная потенциальная энергия при сдвиге

$$u = \frac{U}{V}.$$

Объем тела, подвергающегося сдвигу,

$$V = A \cdot a.$$

Тогда $$u = \frac{Q^2 \cdot a}{2GA \cdot A \cdot a} = \frac{Q^2}{2GA^2} = \frac{\tau^2}{2G} = \frac{\tau \cdot \gamma G}{2G} = \frac{1}{2}\tau\gamma;$$

$$u = \frac{\tau^2}{2G} = \frac{1}{2}\tau \cdot \gamma. \qquad (6.7)$$

Удельную потенциальную энергию деформации можно получить и через главные напряжения.

Так как при сдвиге не происходит изменения объема, то вся удельная потенциальная энергия идет на изменение формы, т.е.

$$u = u_ф.$$

А по формуле

$$u_ф = \frac{1+\nu}{3E}(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1).$$

Учитывая, что $\sigma_1 = \tau$, $\sigma_2 = 0$, $\sigma_3 = -\tau$, получим

$$u_ф = \frac{1+\nu}{3E}(\tau^2 + \tau^2 + \tau^2) = \frac{1+\nu}{E}\tau^2. \qquad (6.8)$$

Приравнивая выражения (6.7) и (6.8), имеем

$$\frac{\tau^2}{2G} = \frac{1+\nu}{E}\tau^2.$$

Отсюда $$G = \frac{E}{2(1+\nu)}. \qquad (6.9)$$

Формула (6.9) выражает собой зависимость между тремя упругими постоянными: модулем упругости при сдвиге, модулем упругости при растяжении или сжатии и коэффициентом Пуассона.

Если коэффициент Пуассона $\nu = 0{,}25$, то $G = 0{,}4E$,

если $\nu = 0{,}3$, то $G = 0{,}375E$.

Так, для стали Ст.3 с $E = 2 \cdot 10^5$ МПа при $\gamma = 0{,}25$ $G = 8 \cdot 10^4$ МПа.

Понятие о расчете заклепочных и сварных соединений

Условие прочности по допускаемым напряжениям при сдвиге по форме аналогично, как и при растяжении

$$\tau = \frac{Q}{A} \le [\tau]. \qquad (6.10)$$

Вопрос выбора допускаемого напряжения при сдвиге (срезе) сложнее, чем при растяжении и сжатии. При выборе допускаемого напряжения исходят из предела текучести или предела прочности материала. Однако непосредственное определение этих характеристик материала при сдвиге усложняется тем, что трудно практически воспроизвести чистый сдвиг без изгиба и других добавочных явлений, влияющих на результаты испытания. Поэтому допускаемое напряжение при сдвиге устанавливается из теоретических соображений, проверенных практическим применением.

При чистом сдвиге нами уже установлено, что $\sigma_1 = \tau$, $\sigma_2 = 0$, $\sigma_3 = -\tau$.

Согласно первой теории прочности, $[\sigma] \ge \sigma_1 = \tau$, т.е. касательное напряжение при сдвиге должно быть не больше допускаемого напряжения на растяжение, т.е.

$$[\tau] \le [\sigma].$$

По второй теории прочности будем иметь

$$[\sigma] \ge \sigma_1 - \gamma\sigma_3 = \tau + \gamma\tau..$$

Если для стали принять $\gamma = 0{,}3$, то допускаемое касательное напряжение должно быть

$$[\tau] \approx 0{,}77[\sigma]..$$

Аналогично согласно третьей теории прочности получим

$$[\sigma] \ge \sigma_1 - \sigma_3 = \tau + \tau = 2\tau.$$

Следовательно,

$$[\tau] = 0{,}5[\sigma].$$

Наконец, по четвертой (энергетической) теории прочности получим

$$[\sigma] = \sqrt{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1)} = \sqrt{\tau^2 + \tau^2 + \tau^2} = \tau\sqrt{3}.$$

Следовательно,

$$[\tau] = 0{,}57[\sigma].$$

В практике обычно принимают для хрупких материалов

$$[\tau] = (0{,}8 \div 1{,}0)[\sigma]; \qquad (6.11)$$

для пластичных

$$[\tau] = (0{,}5 \div 0{,}6)[\sigma]. \qquad (6.12)$$

Волокнистые материалы, такие, например, как дерево, сопротивляются сдвигу вдоль волокон (скалыванию) иначе, чем изотропные. Для таких материалов выбор допускаемого напряжения делается на основании опытов.

Так, для сосны допускаемое напряжение на скалывание $[\tau]$ составляет всего $0{,}1[\sigma]$ вдоль волокон.

Заклепки употребляются для соединения между собой элементов металлических конструкций. Соединение может быть выполнено внахлестку (рис. 6.5, *а*) или встык с накладками (рис. 6.5, *б*).

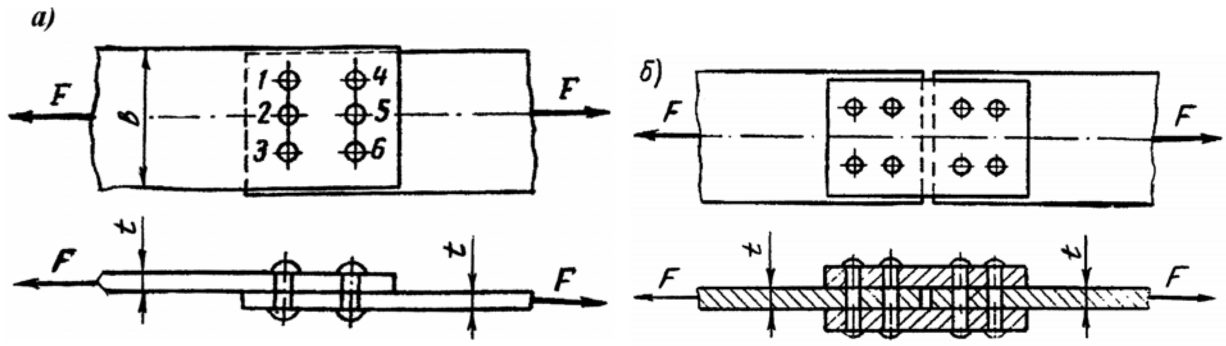

Рис. 6.5

При расчете заклепочных соединений вводятся следующие допущения:

– не учитываются силы трения между соединяемыми элементами;

– усилия распределяются между всеми заклепками равномерно. Это не вполне верно, но все же достаточно близко к действительности при небольшом числе рядов (не больше 5);

– заклепки работают только на срез и смятие.

При соединении внахлестку срез заклепки происходит в одной плоскости (рис. 6.6, *а, б*).

Условие прочности на срез

$$\tau_{cp} = \frac{Q}{A_{cp}} \le [\tau_{cp}] \qquad (6.13)$$

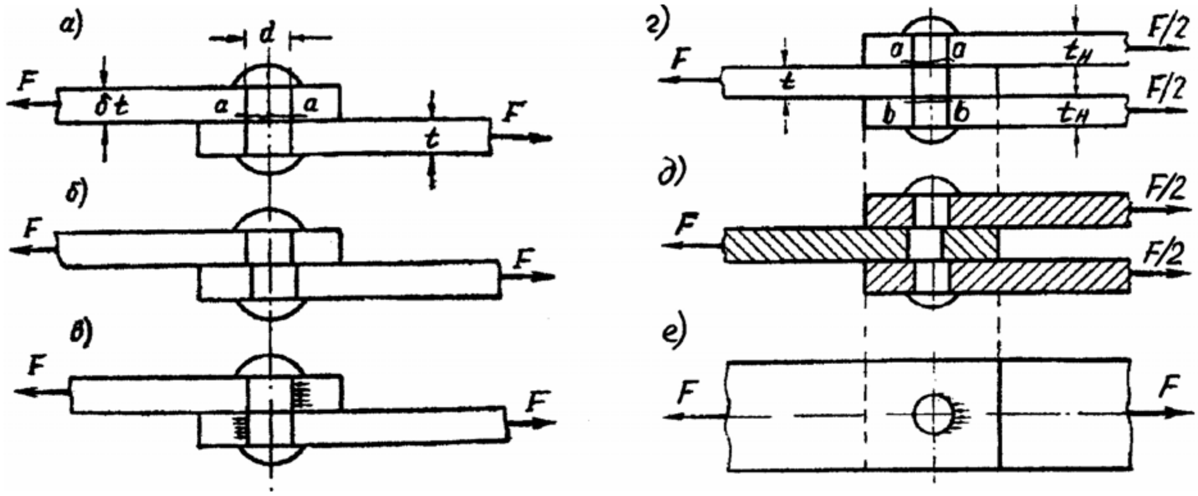

Рис. 6.6

Величина перерезывающей силы $Q = F$, а площадь среза при соединении внахлестку равна

$$A_{ср} = n\frac{\pi d^2}{4},$$

где n – число заклепок, а d – диаметр заклепки.
С учетом этого условие прочности (4.13) примет вид

$$\tau_{ср} = \frac{4Q}{n\pi d^2} \le [\tau_{ср}]. \qquad (6.14)$$

При соединении встык с накладками срез каждой заклепки происходит по двум плоскостям (рис. 4.6, *г, д*). Тогда площадь среза

$$A_{ср} = 2n\frac{\pi d^2}{4} = n\frac{\pi d^2}{2},$$

где n – число заклепок по одну сторону от стыка. Тогда условие прочности для заклепочного соединения, выполненного встык с накладками примет вид

$$\tau_{ср} = \frac{2Q}{n\pi d^2} \le [\tau_{ср}]. \qquad (6.15)$$

Кроме среза, возможно еще смятие заклепки.

Под действием силы F верхний лист прижимается к заклепке с правой стороны, а нижний – с левой (рис.6.6 , *в*). При этом может произойти смятие одного из двух соприкасающихся тел – либо листа, либо заклепки. Как правило, заклепки выполняются из более мягкого материала, чем соединяемые листы, поэтому больше приходится заботиться о прочности заклепки.

Смятие происходит в плане по полуокружности и распределяется по ней неравномерно: в средней части полуокружности оно наибольшее (рис. 6.6, *е*), к краям убывает. Для упрощения расчета полуокружность заменяется диаметром, а напряжение принимается средним – равномерным. Опытами установлено, что допускаемое напряжение смятия при этом можно принять равным удвоенному допускаемому напряжению на сжатие, т.е.

$$[\sigma_{см}] = 2[\sigma].$$

Условие прочности на смятие можно записать так:

$$\sigma_{см} = \frac{Q}{A_{см}} \leq [\sigma_{см}]. \qquad (6.16)$$

Суммарная площадь смятия всех n заклепок при соединении внахлестку равна

$$A_{см} = n \cdot d \cdot t, \qquad (6.17)$$

где t – толщина листа.

Если заклепки соединяют два листа различной толщины, то в формулу (6.16) нужно вставить меньшую из двух толщин. После подстановки (6.16) в (6.15) получим условие прочности на смятие заклепочного соединения, выполненного внахлестку,

$$\sigma_{см} = \frac{Q}{ndt} \leq [\sigma_{см}]. \qquad (6.18)$$

При соединении встык с накладками смятие может произойти либо по толщине основного листа, либо по толщине $2t_н$ двух накладок вместе. В формулу (6.16) вводим ту из этих величин, которая меньше, а именно:

при $t < 2t_н$ $\quad A_{см} = ndt$

при $t > 2t_н$ $\quad A_{см} = 2t_н \cdot d \cdot n,$

где n – число заклепок по одну сторону от стыка.

Расчет на срез по предельным состояниям ведется по формуле

$$N \leq m \cdot m_c \cdot R_{ср} \cdot n \cdot n_{ср} \cdot \frac{\pi d^2}{4}, \qquad (6.19)$$

где N – расчетное усилие в рассматриваемом соединении;

m – коэффициент условий работы конструкции или ее элементов, в большинстве случаев принимается равным или близким к единице, например, для сжатых элементов стропильной фермы – 0,95, для растянутых – 1;

m_c – коэффициент условий работы самого типа заклепочного соединения, например, заклепки могут быть с потайными головками или работающими кроме среза и смятия еще и на отрыв головок. В большинстве случаев этот коэффициент принимается равным единице;

n – число заклепок в соединении внахлестку или число заклепок по одну сторону от стыка при соединении встык с накладками;

n_{cp} – число рабочих срезов одной заклепки;

R_{cp} – расчетное сопротивление заклепок срезу;

d – диаметр заклепок.

Полагая $m = m_c = 1$, можем записать формулу (6.19) так:

$$N \le R_{cp}\left(nn_{cp}\frac{\pi d^2}{4}\right) \quad \text{или} \quad N \le R_{cp} \cdot A_{cp}.$$

Расчет заклепок на смятие ведется по формуле

$$N \le m \cdot m_c \cdot R_{cp} \cdot n \cdot d\sum t, \tag{6.20}$$

где $R_{см}$ – расчетное сопротивление заклепок смятию;

$\sum t$ – наименьшая суммарная толщина элементов, сминаемых в одном направлении (для двухсрезной заклепки толщина либо среднего листа, либо двух накладок).

Остальные величины те же, что и в предшествующей формуле.

Полагая $m = m_c = 1$, можно формулу (6.20) записать так:

$$N \le R_{см}(nd\sum t) \quad \text{или} \quad N \le R_{см} \cdot A_{см},$$

т.е. расчетное усилие должно быть равно или меньше расчетного сопротивления на сжатие, умноженного на площадь смятия.

В строительных конструкциях применяются различные типы сварных соединений. Наиболее употребительны сварные швы:

– стыковые (рис.6.7 , *а*)

– угловые или валиковые (рис. 6.7, *б*).

а) ***б)***

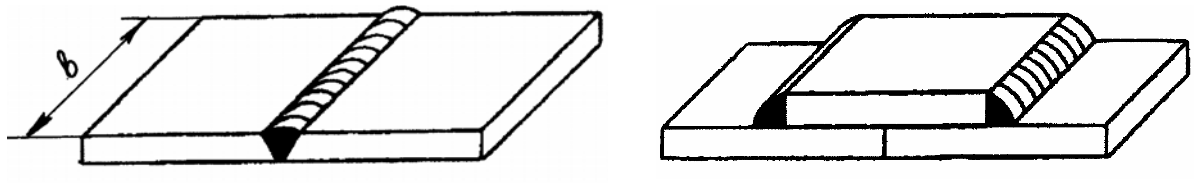

Рис.6.7

Стыковым называется соединение двух листов, расположенных в одной плоскости; листы располагаются один возле другого с небольшим зазором, который заливается наплавленным металлом. Из соединений наиболее употребительны два вида.

1. Соединение встык V-образным швом с двусторонней заваркой (рис. 6.8, *а*). При этом соединении кромки листов состругиваются под углом так, что между листами образуется V-образный зазор, который заполняется наплавленным металлом. Соединение такого типа применяется при сварке тонких листов (толщиной до 15 мм).

2. Соединение встык X-образным швом с двусторонней заваркой (рис. 6.8, *б*). Оно применяется в случае толстых листов (толще 15 мм).

При сварке наплавленный металл заполняет весь зазор между листами и немного выступает наружу, образуя так называемый наплыв.

При соединении внахлестку один лист накладывается на другой и обваривается по краям.

В зависимости от расположения швов различают два основных вида соединений внахлестку:

– фланговыми швами, т.е. расположенными параллельно действию силы (рис. 6.8, *в*);

– лобовыми или торцовыми швами, т.е. расположенными перпендикулярно действию силы (рис. 6.8, *г*).

Иногда для увеличения длины швов применяют косые швы. Исследования таких швов показали, что они работают очень хорошо, поэтому применение их желательно, особенно в комбинированных соединениях, т.е. образованных из швов нескольких видов. На рис. 6.8, *д* показано соединение двух двутавров, осуществленное с помощью V-образных швов встык, которыми соединены полки двутавров, и двух накладок, приваренных к стенке двутавров лобовыми, фланговыми и косыми швами.

X- и V-образные швы при соединении встык рассчитываются на растяжение, сжатие, изгиб. Толщина шва при расчете принимается равной толщине соединяемых листов; небольшой наплыв, который получается при сварке, в расчет не вводится.

Условие прочности по допускаемым напряжениям такого шва, работающего на растяжение, следующее:

$$\sigma = \frac{F}{A_ш} \le [\sigma_э], \qquad (6.21)$$

где F – растягивающая сила;

$A_ш$ – расчетная площадь поперечного сечения шва;

$[\sigma_э]$ – допускаемое напряжение для наплавленного металла.

Расчетная площадь $A_ш = t \cdot l_ш$.

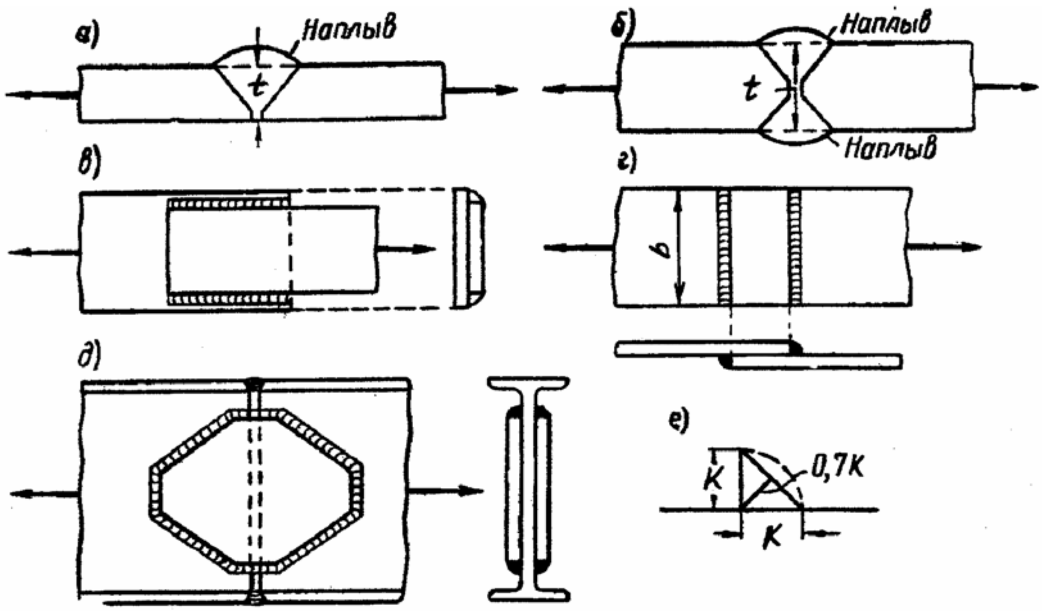

Рис. 6.8

Толщину шва t принимают равной меньшей толщине соединяемых листов, а расчетную длину шва $l_ш$ принимают на 1-2 см меньше ширины соединяемой полосы b (рис. 6.7, *а*), т.е. $l_p = b - (1 \div 2)$ см. Этим учитывается непровар в начале и усадочные раковины в конце каждого шва.

Условие прочности для данного типа сварного соединения можно переписать в такой форме:

$$\sigma = \frac{F}{t \cdot l_ш} \leq [\sigma_э]. \tag{6.22}$$

Допускаемые напряжения для наплавленного металла назначаются меньшей величины, чем допускаемые напряжения для основного металла, из которого изготовлены свариваемые элементы. Они зависят от вида сварки, электрода, опытности сварщика.

В фланговых и лобовых швах наименьшая толщина шва имеет место по перпендикуляру, опущенному из вершины прямого угла сварки на гипотенузу (рис. 6.8, *е*), и составляет 0,7 *K*. Фланговые швы работают в основном на срез и рассчитываются по допускаемому напряжению или же расчетному сопротивлению на срез. Срез происходит по всей длине шва.

Работа лобового шва довольно сложна. Однако ради упрощения его рассчитывают условно на срез по площади, проходящей через биссектрису угла сварки.

Условие прочности для фланговых и лобовых швов по допускаемым напряжениям имеет вид

$$\tau = \frac{F}{0{,}7K \cdot l_ш} \le [\tau_э], \qquad (6.23)$$

где F – растягивающая или сжимающая сила;

K – размер катета шва;

$l_ш$ – расчетная суммарная длина фланговых и лобовых швов;

$[\tau_э]$ – допускаемое напряжение на срез наплавленного металла.

По предельным состояниям сварные соединения встык, работающие на растяжение, рассчитываются по формуле

$$N \le mR_p^{св} l_ш t, \qquad (6.24)$$

работающие на сжатие – по формуле

$$N \le mR_c^{св} l_ш t. \qquad (6.25)$$

В этих формулах

N – расчетная продольная сила, действующая на соединение;

m – коэффициент условий работы конструкции или группы однотипных элементов, обычно близкий к единице;

$R_p^{св}$ – расчетное сопротивление сварного шва встык растяжению;

$R_c^{св}$ – расчетное сопротивление сварного шва встык сжатию;

$l_ш$ – расчетная длина сварного шва;

t – толщина соединяемых встык элементов (если толщины соединяемых элементов различны, то в формулу вводится меньшая из них).

Сварные швы, выполняемые при соединении элементов внахлестку (угловые и валиковые швы), рассчитываются по формуле

$$N \le 0{,}7mR_y^{св} l_ш t, \qquad (6.26)$$

где $R_y^{св}$ – расчетное сопротивление углового шва, которое берется одно и то же независимо от вида работы шва.

Для тонкообмазанных электродов $R_y^{св} = 90$ МПа, а для толстообмазанных $R_y^{св} = 140$ МПа.